

$F^{\varphi 1} = 0$ . При  $F^{\varphi 1} \neq 0$  коэффициент удельного скольжения  $\eta_2$  имеет значения, равные бесконечности при условии

$$F^{\varphi 1}(f_1'^2 + f_2'^2) - (V^{(12)} r_1^\mu)(f_1'^2 + f_2'^2)F^\mu - (V^{(12)} r_1^\lambda)F^\lambda = 0. \quad (22)$$

Эти условия можно использовать для определения точек контакта с бесконечными удельными скольжениями и таким образом судить об износе зубьев колес глобоидной передачи.

Нагрузочную способность глобоидной передачи в большей степени определяет приведенная кривизна основных поверхностей зубьев в направлении, перпендикулярном линии контакта.

Нарезание поверхностей зубьев цилиндрических колес, а также колес для пространственных передач в значительной степени зависит от приведенной кривизны контактирующей нарезаемой поверхности и режущей кромки в направлении перпендикулярном линии контакта.

Под приведенной нормальной кривизной  $\chi_{np}$  понимают разность кривизны касающихся поверхностей в общем нормальном сечении.

$$\chi_{np} = \chi^{(1)} - \chi^{(2)}, \quad (23)$$

где  $\chi^{(1)}, \chi^{(2)}$  – нормальные кривизны огибающей и огибаемой поверхностей в общем нормальном сечении.

Для определения приведенной кривизны поверхностей сопряженных зубьев применяем выражение из теории передач.

Длина контактной линии характеризует до некоторой степени длину зуба (витка), а также контактную и изломную прочность зубьев.

Уравнение длины контактной линии можно получить в следующем виде

$$L = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2 + \left(\frac{d\mu}{dt}\right)^2} d\lambda. \quad (24)$$

$\lambda_1, \lambda_2$  соответствуют точкам пересечения контактных линий с поверхностями выступов основного цилиндрического колеса и основного квазиглобоидного колеса. Значение, соответствующее вершине зубьев цилиндрического колеса известно. Что касается  $\lambda$ , соответствующего вершине основного квазиглобоидного колеса, то в зависимости от типа передач уравнения для определения его значений будут иметь расчетный вид.

Эти уравнения легко получить, зная уравнения поверхности, соответствующей вершинам зубьев колеса.

**Список литературы:** 1. Витренко А.Н. Исследование геометрии и кинематики цилиндрико-гиперболических передач: Дисс... канд. техн. наук: 01.02.02. – Ворошиловград, 1975. – 214с. 2. Выгодский М.Я. Дифференциальная геометрия. – М.: Машгиз, 1949. – 659с. 3. Гавриленко В.А. Геометриче-

ская теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949. – 404с. 4. Гавриленко В.А. Зубчатые передачи в машиностроении. – М.: Машгиз, 1968. – 280с. 5. Гавриленко В.А. Цилиндрическая эвольвентная зубчатая передача. – М.: Машгиз, 1956. – 296с. 6. Дусеев И.И. Кривизна нормальных сечений сопряженных поверхностей зубьев зубчатых зацеплений // Изв. вузов. Сер. машиностроение. – 1964. – №3. – С.33–40. 7. Ерихов М.П. Определение главных кривизн и главных направлений огибающей двухпараметрического семейства поверхностей // Изв. вузов. Сер. машиностроение. – 1966. – №9. – 11с. 8. Коростелев Л.В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // Изв. вузов. Сер. "Машиностроение". – 1964. – №10. – С.141–147. 9. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1968. – 584с.

Поступила в редколлегию 05.05.09

УДК 621.833

**Б.И. ЛАЛЕВ**, к.т.н., машинно-технологический ф-т, каф. ТМММ, ТУ-Варна, Болгария  
**Г.П. АНТОНОВ**, машинно-технологический ф-т, каф. ТМММ, ТУ-Варна, Болгария  
**К.С. КОЛЕВА**, судостроительный ф-т, каф. технической механики, ТУ-Варна, Болгария

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ШПИНДЕЛЕЙ МЕТАЛЛОРЕЖУЩИХ СТАНКОВ

Основным этапом проектирования шпиндельных узлов для металлорежущих станков является оптимизация его размеров. Изучение опыта ведущих фирм показывает, что конструктивное оформление шпинделей производится при соблюдении определенных соотношений расстояния между подшипниками, толщины стенки и регламентированных величин статической жесткости подшипниковых опор. При этом базовыми являются расчеты на статическую жесткость и динамическую устойчивость. Расчеты на прочность производятся только для тяжело нагруженных станков. В работе проведен статический анализ шпиндельных узлов для металлорежущих станков по методу конечных элементов при помощи пакета программ COSMOSWorks. Моделированы и определены экспериментальным путем деформации шпинделя между подшипниками и для его консольной части.

A major emphasis of the designing of spindle knots for metal-cutting machines is the optimization of the knot's size. Based on research conducted by leading companies, the spindles are constructed observing specific proportions for inter-bearing space, width of the wall and values for static stability of bearing brackets. Calculations of static stability and dynamic steadiness are pivotal. Strength computation are done only for heavily charged machines. In this paper a static analysis of spindle knots for metal-cutting machines is done using the finite elements method with the help of the commercial product COSMOSWorks. The deformations of the spindle between the bearings and in its console are modeled and experimentally defined.

**Введение.** Основным моментом на стадии проектирования шпиндельных узлов для металлорежущих станков является оптимизация его размеров. Изучение опыта ведущих фирм показывает, что при разработке новых станков шпиндельный узел конструктивно оформляется при соблюдении определенных соотношений для расстояний между опорами (подшипниками) и регламентированные величины статической жесткости. Эти два показателя определяют в значительной степени точность обрабатываемых деталей. Поэтому

му различные методы определения оптимального расстояния между опорами валов на подшипниках качения аппроксимированы к требованиям по отношению шпинделей металлорежущих станков. Во всех случаях в качестве исходного критерия принята наименьшая возможная деформация консольной части шпинделя.

В настоящей работе предложена методика определения оптимального расстояния между подшипниками шпиндельных узлов для металлорежущих станков, проведено численное моделирование упругих деформаций при статических нагрузках шпинделей. Анализ проводится по методу конечных элементов при помощи программного пакета COSMOSWorks.

COSMOSWorks является сравнительно новой программой и работает на основе метода конечных элементов. Она осуществляет вычисления на высоком уровне, поэтому находит широкое применение для решения множества задач, в основном из области машиностроения. Инсталлируется в качестве дополнительной программы к SolidWorks и работает совместно с ней. Созданные 3D модели в SolidWorks можно легко и быстро загрузить в COSMOSWorks при известной схеме нагрузки (рисунок 1). Этим способом еще на стадии проектирования можно узнать как будет вести себя объект (модель) исследования в реальных условиях. Это в свою очередь является преимуществом с точки зрения возможности еще на стадии проектирования улучшить конструкцию с целью избежания зон перегрузок и повысить коэффициент запаса, который автоматически подсчитывается программой.

После окончания каждого анализа программа выдает результаты о деформациях, напряжениях и рассеянии энергии в модели при заданных граничных условиях сетки конечных элементов и под воздействием внешних влияний (сила, напряжение, температура, радиация и т.п.).

**1. Создание 3D модели** осуществляется при помощи программы SolidWorks (см. рисунок 2).

**2. Модифицирование модели** является желательным, но необязательным условием и связано с устранением небольших отклонений от основной формы. Такими могут быть: фаски; радиусы закругления; отверстия с небольшими диаметрами и т.д.

**3. Запуск функции Study** является обязательным условием при решении любых задач программой COSMOSWorks. Функция открывает папки с дополнительными функциями ввода сил и виртуальных элементов, указания площадей контакта элементов, функциями создания сетки конечных элементов и т.п., необходимыми для составления схемы нагрузки.

**4. Выбор материала** модели обязательно.

**5. Выяснение схемы нагрузки** шпинделя – это шаг, связанный с расчетом и вводом сил, действующих на шпиндель, а так же с выявлением контактных поверхностей подшипников на шпинделе. Расчет можно провести в следующей последовательности:

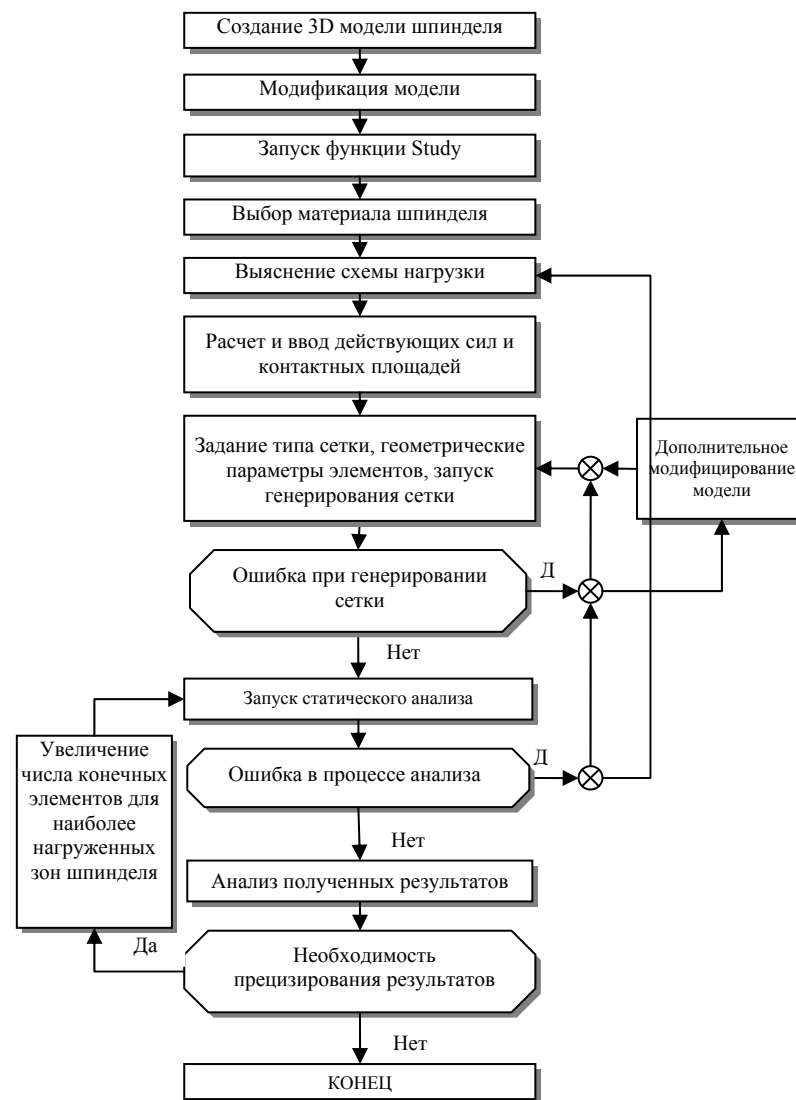


Рисунок 1 – Блок-схема статического анализа жесткости шпинделя универсального станка С10МВ



Рисунок 2 – 3D модель шпинделя универсального станка C10MB

- Составление схемы нагрузки шпинделя.

Принципиальная схема нагрузки шпинделей универсальных станков показана на рисунке 3.

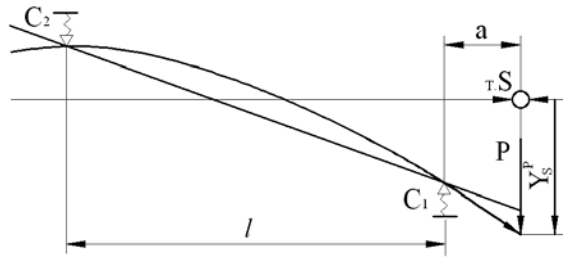


Рисунок 3 – Принципиальная схема статической нагрузки шпинделя универсальных станков

Аналитическое вычисление деформации осуществляется по формуле [1]:

$$Y_S^P = P \left[ \frac{(l+a)^2}{C_1 l^2} + \frac{a^2}{C_2 l^2} + \frac{a^2(l+a)}{3EJ} \right], \quad (1)$$

где:  $Y_S^P$  – деформация в переднем конце шпинделя,  $[\mu m]$ ;  $C_1, C_2$  – радиальная жесткость переднего и заднего подшипника шпинделя,  $\left[ \frac{N}{\mu m} \right]$ ;  $l$  – расстояние между подшипниками,  $[mm]$ ;  $a$  – длина передней консоли,  $[mm]$ ;  $P$  – внешняя нагружающая сила (сила резания),  $[N]$ ;  $E$  – модуль эластичности

материала шпинделя (для стали  $E = 2,1 \cdot 10^5, \left[ \frac{N}{mm^2} \right]$ );  $J$  – усредненный момент инерции шпинделя.

Расчет податливости шпинделя осуществляется по формуле [2]:

$$W_s = \frac{Y_S^P}{P} = \frac{a^3}{3EJ_2} + \frac{a^2 l}{3EJ_1} + \frac{1}{C_1} \left( 1 + \frac{a}{l} \right)^2 + \frac{1}{C_2} \left( \frac{a}{l} \right)^2 \quad (2)$$

где:  $J_1, J_2$  – моменты инерции передней и задней подшипниковых опор;  $W_s$  – податливость шпинделя,  $\left[ \frac{\mu m}{N} \right]$ .

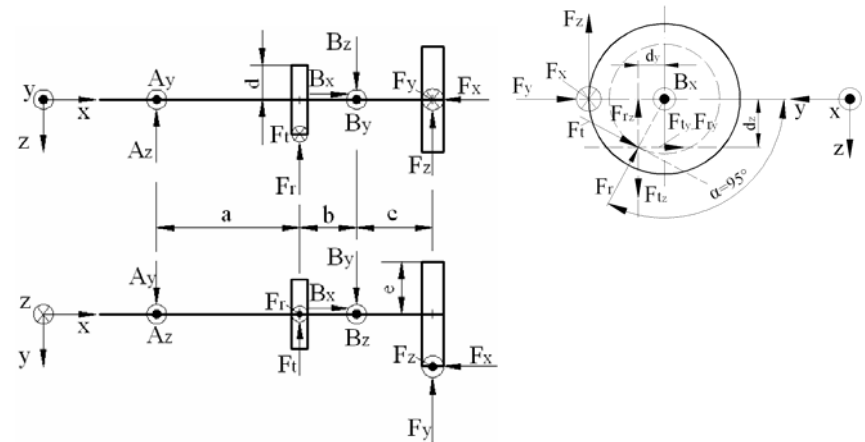


Рисунок 4 – Схема нагрузки шпинделя универсального станка C10MB в процессе работы для наиболее нагруженной цепи оборотного плана

- Расчет и ввод внешней нагрузки ( $P$ ).

Сила  $P$  стандартизована для различных типоразмеров универсальных станков (БДС 3144-70) и выбирается в зависимости от максимального диаметра обрабатываемой детали над направляющими, от условного межцентрового расстояния и от массы станка.

- Подсчет и ввод жесткости подшипников.

С целью расчета реакций в подшипниковых опорах шпиндель рассматривается как вал сложного сопротивления (см. рисунок 4).

$A_y, A_z$  – опорные реакции в задней части шпинделя  $[N]$ ;  $d$  – делительный диаметр переднего зубчатого колеса,  $[mm]$ ;  $d_y, d_z$  – проекции диаметра по осям  $Y$  и  $Z$ ,  $[mm]$ ;  $F_t, F_r$  – тангенциальная и радиальная силы зацепления в

преднем конце шпинделя,  $[N]$ ;  $F_{ly}, F_{lz}, F_{ly}, F_{lz}$  – проекции сил зацепления по осям Y и Z,  $[N]$ ;  $B_x, B_y, B_z$  – опорные реакции в переднем конце шпинделя,  $[N]$ ;  $e$  – диаметр заготовки в зоне резания,  $[mm]$ ;  $F_x, F_y, F_z$  – силы резания,  $[N]$ ;  $a, b, c$  – расстояния между опорами и местами прикладывания сил,  $[mm]$ ;  $\alpha$  – угол зацепления вала V и вала VI (шпинделя),  $[deg]$ .

После нахождения опорных реакций, расчет жесткости подшипников осуществляется следующим способом:

**5.1. Радиальная жесткость переднего и заднего радиального роликового подшипника (см. рисунок 5).** Расчет величины чистой радиальной на-

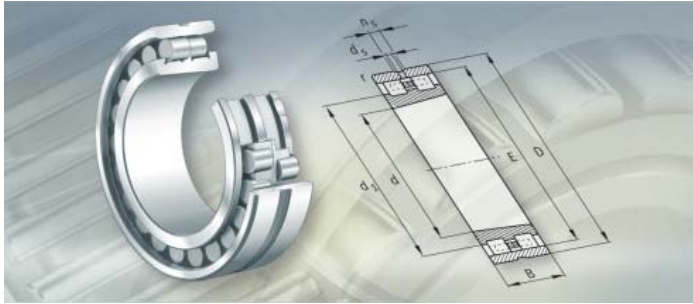


Рисунок 5 – Радиальный двухрядный роликовый подшипник фирмы FAG

грузки, воспринимаемой наиболее нагруженным телом,  $[2]$ :

$$F_{Qp} = \frac{5 \cdot F_p}{i \cdot z \cdot \cos(\alpha)}, [daN] \quad (3)$$

где  $i$  – число рядов тел качения;  $z$  – число тел в одном ряду;  $F_p$  – нагружающая радиальная сила (опорная реакция),  $[daN]$ .

Взаимная податливость двух колец подшипника,  $[2]$ :

$$\delta_{p0} = 6 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{F_{Qp}^{0,9}}{l^{0,8}}, [mm] \quad (4)$$

где  $l$  – длина тел качения,  $[mm]$ .

Радиальная податливость в зоне контакта наиболее нагруженного тела качения с дорожкой качения,  $[2]$ :

$$\delta_p' = \beta \cdot \delta_{p0} [mm] \quad (5)$$

где  $\delta_{p0}$  – радиальная податливость в зоне контакта наиболее нагруженного тела качения с дорожкой качения при нулевом зазоре;  $\beta$  – коэффициент,

учитывающий величину предварительного натяга, респ. зазора в подшипнике, определяется графическим путем.

Радиальная податливость в зоне контакта подшипниковых колец с поверхностями вала и корпуса,  $[2]$ :

$$\delta_p'' = \frac{4 \cdot F_p \cdot k}{\pi \cdot d \cdot B} \cdot \left(1 + \frac{d}{D}\right), [mm] \quad (6)$$

где  $k=0,005-0,025$ ,  $[mm^3 / daN]$  (меньшие значения коэффициента принимаются при повышенной точности изготовления мест монтажа подшипников, при посадках с большим натягом, а также при посадке подшипника на конусные шейки);  $d, D, B$  – внутренний, наружный диаметры и ширина подшипника,  $[mm]$ .

Радиальная жесткость подшипника,  $[2]$ :

$$j_p = \frac{F_p}{\delta_p' + \delta_p''}, [daN / mm] \quad (7)$$

**5.2. Радиальная жесткость переднего радиально-упорного двухрядного шарикоподшипника (см. рисунок 6).** Расчет величины радиальной нагрузки, воспринимаемой наиболее нагруженным телом проводится по формуле (3):

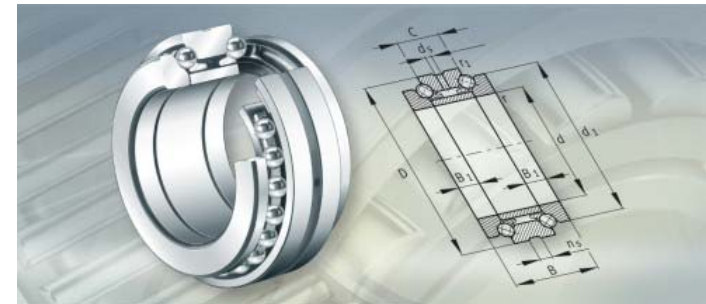


Рисунок 5 – Радиально-упорный двухрядный шарикоподшипник фирмы FAG

Взаимная податливость колец подшипника,  $[2]$ :

$$\delta_{p0} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\cos(\alpha)} \cdot \sqrt[3]{\frac{F_{Qp}^2}{D_T}}, [mm] \quad (8)$$

Радиальная податливость в зоне контакта наиболее нагруженного тела качения с дорожкой качения рассчитывается по формуле (5). Величина радиальной податливости в зоне контакта подшипниковых колец с поверхностями вала и корпуса определяется по формуле (6). Расчет радиальной жесткости

подшипника осуществляется по формуле (7).

**5.3. Осевая жесткость переднего радиально-упорного двухрядного шарикоподшипника.** Расчет величины осевой нагрузки, [2]:

$$F_{Q_0} = \frac{F_{oc}}{z \cdot \sin(\alpha)}, [daN] \quad (9)$$

где  $F_{oc}$  – осевая нагрузка подшипника, [daN];  $z$  – число тел качения в одном ряду;  $\alpha$  – угол контакта, [deg].

Взаимная осевая податливость колец подшипника:

$$\delta_{oc} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\sin(\alpha)} \sqrt[3]{\frac{F_{Q_0}}{D_T}}, [mm] \quad (10)$$

где  $D_T$  – диаметр тел качения, [mm].

Осевая жесткость подшипника:

$$j_{oc} = \frac{F_{oc} + A_0}{\delta_{oc}} [daN / mm] \quad (11)$$

где  $A_0$  – сила предварительного натяга, [daN].

**6. Построение сетки конечных элементов.** Программа использует только два вида конечных элементов: тетраэдрические (объемные) и треугольные (оггибающие), которые в свою очередь бывают первичные и вторичные.

Тетраэдрические элементы применяются для объемных, массивных деталей, а оггибающие – для тонкостенных тел. Вторичные характеризуются до-

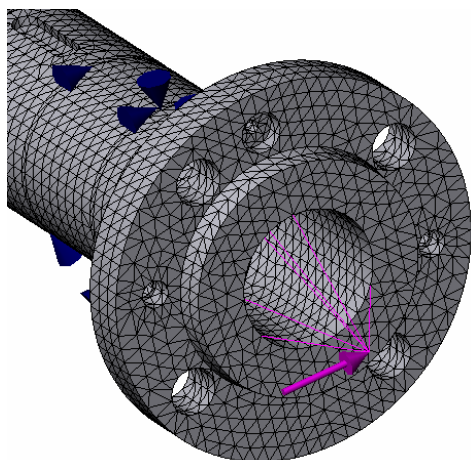


Рисунок 7 – Вид на шпиндель после генерирования сетки конечных элементов

полнительным узлом посередине каждого торца, что позволяет создать сетку для тел более сложной формы из-за возможности дополнительной деформации в этих узлах.

Программа автоматически подсчитывает число конечных элементов, необходимо только задать граничные условия, минимальные размеры элементов и типа сетки.

**7. После генерирования сетки конечных элементов запускается статический анализ.** По окончании анализа программа автоматически создает текстовый документ в папку исследуемого объекта, содержащий информацию о числе конечных элементов и узлов, о числе решенных частных дифференциальных уравнений, как и информацию о продолжительности анализа.

**8. Анализ полученных результатов.** После окончания статического анализа программа выдает результаты как о деформациях (см. рисунок 8), так и о напряжениях (см. рисунок 9) в шпинделе.

Поскольку имеется возможность изменять как внешнюю нагрузку, так и геометрические параметры шпинделя, можно исследовать влияние того или другого геометрического параметра на деформации и напряжения. На рисунке 10 графически показано влияние на межопорного расстояния на деформации в передней части шпинделя, а на рисунке 11 – в части между опорами.

Результаты о напряжениях указывают на места наибольшей нагрузки и для этих зон можно сделать дополнительное разбиение на конечные элементы меньшей величины, т.е. увеличить число элементов, после чего снова запустить статический анализ. Тем самым повышается точность результатов анализа.

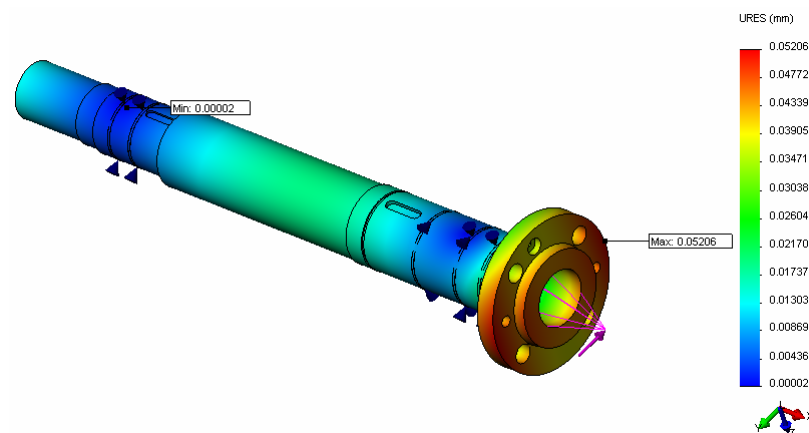


Рисунок 8 – Деформации в шпинделе после окончания статического анализа при внешней нагрузке 10000 [N]

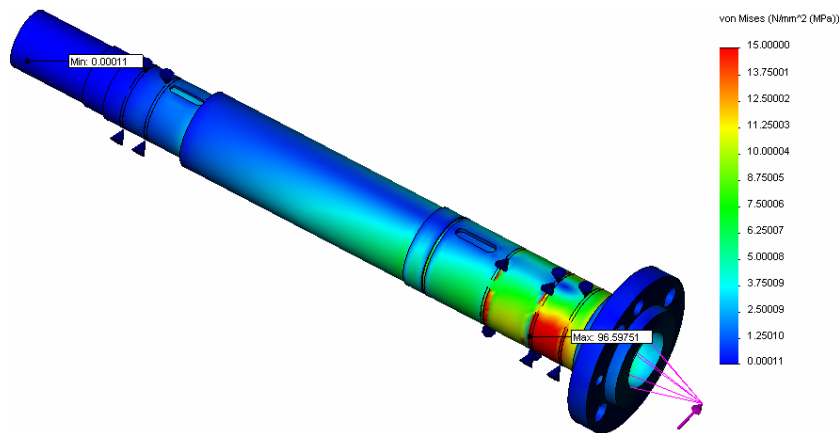


Рисунок 9 – Напряжения в шпинделе после окончания статического анализа при внешней нагрузке 10000 [N]

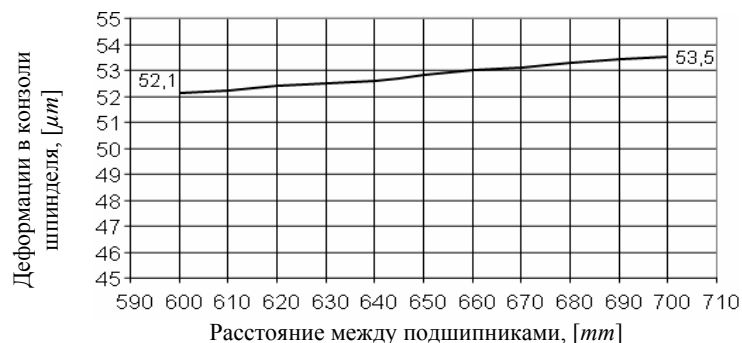


Рисунок 10 – Деформации в переднем конце шпинделя при внешней нагрузке 10000 [N]



Рисунок 11 – Деформации в шпинделе между опорами при внешней нагрузке 10000 [N]

**Список литературы:** 1. Чернавский П.М., Повышение жесткости шпиндельных узлов // Известия ВУЗов, Машиностроение. – 1980. – №3. 2. Иванов, И.Д. и др. Современные механизмы и элементы в машиностроении. – София: Изд. "Техника", 1985. – 109с. 3. Рещетов Д.Н. Детали машин и механизмы для металлорежущих станков. Том 2. – М.: Машиностроение, 1972. – С.212–217. 4. Левина З.М., Астафьев А.М. Расчеты при проектировании шпиндельных. – СИ. – 1981. – №6. – С.4–6.

Поступила в редколлегию 22.05.2009

УДК.621.833

**В.О. МАЛАЩЕНКО**, д.т.н., проф. НУ "Львівська політехніка"  
**І.Є. КРАВЕЦЬ**, к.т.н., Добротвірська ТЕС  
**В.В. МАЛАЩЕНКО**, аспірант кафедри ЕРАТ НУ "Львівська політехніка"

### КОМП'ЮТЕРНО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ СПРАЦЮВАННЯ ЗУБЦІВ ВЕЛИКОГАБАРИТНИХ ЗУБЧАТИХ ПЕРЕДАЧ МЛИНІВ

Розглянуто питання з визначення величини спрацювання зубців великогабаритних зубчастих передач вуглерозмелювальних млинів компютерно-експериментальним методом. Проведено визначення глибини спрацювання зубців колеса передачі для заданих умов роботи.

Рассмотрено вопросы по определению величины износа зубьев передач больших габаритов для углерозмелювальных мельниц компютерно-експериментальным методом. Определена величина глубины изнашивания зубьев колеса передачи для заданных условий работы.

**Постановка задачі.** Продовження терміну роботи зубчасті передачі дає завжди позитивний ефект та матеріальні вигоди. Для відкритих зубчастих передач вирішальним критерієм довговічності часто є спрацювання робочих поверхонь профілів зубців. Це першою чергою стосується великогабаритних зубчастих передач, наприклад, млинів для розмелювання вугілля, що працюють у дуже важких умовах та передають великі обертальні моменти. Тому питання, що пов'язані з продовженням терміну служби таких елементів механічних приводів, є актуальними та мають практичне значення для різних галузей машинобудування [3].

**Зв'язок даної задачі з відомими дослідженнями.** З огляду на те, що зубчасті передачі відносяться до широко розповсюджених пристроїв, вони є під постійною увагою багатьох вчених країни. Теоретичними та експериментальними дослідженнями зубчастих передач у різні часи займалися багато вітчизняних і закордонних дослідників та науковців. Більш широко відомі роботи [1–3, 6–8], де повніше досліджувались геометричні та кінематико-силові характеристики різноманітних зубчастих передач. Дана робота є продовженням задачі, перша частина якої експериментально розв'язано у роботах [3–5]. Поставлена